



نام درس: حسابان (۱)
نام دبیر:
تاریخ امتحان:
ساعت امتحان:
مدت امتحان: ۱۰۵ دقیقه

جمهوری اسلامی ایران

آزمون پایان ترم نوبت دوم سال تحصیلی

نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

ردیف	سوالات	محل مهر یا امضاء مدیر	زمان
۱	در جاهای خالی عدد یا عبارت ریاضی مناسب بنویسید. (الف) مجموع $۱۵ + \dots + ۳ + ۱$ برابر با است. (ب) معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن $\sqrt{3} \pm ۲$ است به صورت می‌باشد. (پ) اگر $f(x) = [x+1]$ باشد، حاصل $f(-1-\sqrt{2})$ برابر با است. (ت) اگر دو تابع $f(x) = x-1$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & x \neq -1 \\ a & x = -1 \end{cases}$ برابر باشند، مقدار a مساوی است.		۱/۵
۲	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (الف) بیشترین مقدار تابع $y = -\frac{x^2}{2} + 2x + 1$ برابر ۳ می‌باشد. (ب) $\cos 3 = \cos 3^\circ$ (پ) وارون تابع $f(x) = \frac{2}{x-1}$ برابر $g(x) = \frac{2}{x} + 1$ است.		۰/۷۵
۳	گزینه صحیح را انتخاب کنید. (با راه حل) (الف) در کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات، نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (\frac{1}{3})^x + 1$ بالای نمودار تابع با ضابطه‌ی $g(x) = 3^x + 1$ قرار دارد؟ (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم (ب) نامساوی $۴\sqrt{2} < ۲\sqrt{3}$ و نامساوی $\frac{1}{16^3} > (\frac{1}{25})^{\sqrt{45}}$ است. (۱) درست - نادرست (۲) نادرست - نادرست (۳) درست - درست (۴) نادرست - درست (پ) در یک دایره به شعاع ۳ سانتی‌متر، توسط زاویه‌ی مرکزی θ کمانی به طول ۶ سانتی‌متر بریده می‌شود. اندازه‌ی θ بر حسب درجه کدام است؟ (۱) $۱۷۱/۹$ (۲) $۱۱۴/۶$ (۳) ۱۱۰ (۴) ۱۰۸ (ت) تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-1}$ در کدام بازه‌ی زیر پیوسته است؟ (۱) $[1, 3]$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $(1, 4]$ (۴) $[-3, 0]$		۲
۴	اگر $A(-2, 3)$ یک رأس مربع و معادله‌ی یک ضلع آن $3x + 4y = -4$ باشد، مساحت این مربع چند واحد سطح است؟		۰/۷۵
۵	صفرهای تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = (x^2-1)^2 + (x^2-1) - 2$ را بدست آورید.		۱
صفحه ۱ از ۲			

ردیف	ادامه‌ی سؤالات	محل مهر یا امضاء مدیر
۶	معادله‌ی $ x+1 = x^2-1 $ را به روش هندسی حل کنید.	۱
۷	اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g = \{(0,4), (3,2), (5,6), (8,0)\}$ دو تابع باشند: الف) تابع $f \circ g$ را به صورت زوج‌های مرتب بنویسید. ب) دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.	۱/۲۵
۸	اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \frac{2x}{x-1}$ باشند، بدون نوشتن ضابطه، دامنه‌ی $g \circ f$ را بدست آورید.	۱
۹	ابتدا معادله‌ی لگاریتمی $\log(x-2) = 3\log 2 - \log(x-4)$ را حل کرده و سپس حاصل $\log_{27} \sqrt{x-3}$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۰	نمودار توابع زیر را رسم کنید. الف) $y = 1 + \log_2(x-1)$ ب) $y = - \sin x $ ($0 \leq x \leq 2\pi$)	۱/۲۵
۱۱	اگر $\tan 20^\circ = 0.4$ باشد، حاصل $\frac{\sin 160^\circ - 2\cos(-200^\circ)}{\cos 110^\circ - \sin(-70^\circ)}$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۲	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.	۱
	$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x + \cos x$	
۱۳	نمودار تابعی را رسم کنید که در همسایگی ۲ تعریف شده و در این نقطه حد دارد ولی مقدار حد با مقدار تابع در این نقطه برابر نیست.	۰/۵
۱۴	آیا تابع $f(x) = \sqrt{x^2-x}$ در $x=0$ حد دارد؟ چرا؟	۰/۷۵
۱۵	حدهای زیر را محاسبه کنید.	۲/۷۵
	الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-3x}-2}{x^2+3x+2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x-2}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-3\sqrt{x}+1}{x-1}$	
۱۶	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در نقطه‌ی $x=0$ پیوسته باشد.	۱/۵
	$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}} & x < 0 \\ a & x = 0 \\ [x] + b & x > 0 \end{cases}$	



نام درس: مسابان(۱)

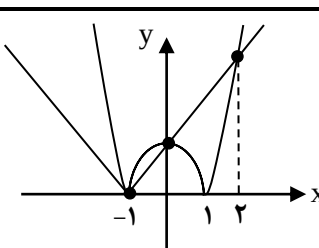
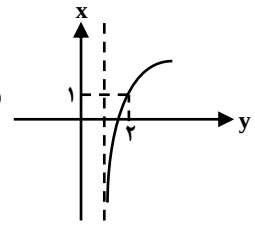
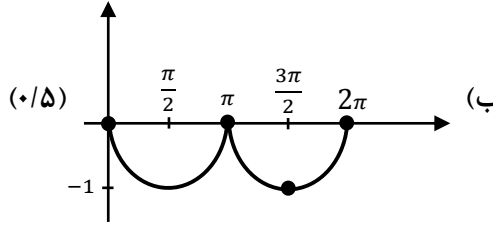
نام دبیر:

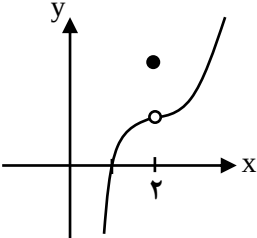
تاریخ امتحان:

ساعت امتحان:

مدت امتحان: ۱۰۵ دقیقه

کلید سؤالات پایان ترم نوبت دوم سال تمصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) ۶۴ (۰/۵) ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (۰/۵) پ) $-2 - (0/25)$ ت) $-2 - (0/25)$	
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵)	
۳	الف) گزینه‌ی (۲) (۰/۲۵) ب) گزینه‌ی (۴) (۰/۵) پ) گزینه‌ی (۲) $2 \times 57/3^\circ = 114/6^\circ$ (۰/۲۵) $\theta = \frac{L}{r} = \frac{6}{3} = 2$ (rad) (۰/۲۵) ت) گزینه‌ی (۴) (۰/۵)	
۴	$d = \frac{ 3(-2) + 4(3) + 4 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$ (۰/۲۵) $S = 2^2 = 4$ (۰/۲۵)	
۵	$(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1) - 2 = 0$ $(x^2 - 1) = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$ (۰/۲۵) غ. ق. ق $t = -2 \rightarrow x^2 - 1 = -2 \rightarrow x^2 = -1$ $(t+2)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow x^2 - 1 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ t = -2 \rightarrow x^2 - 1 = -2 \rightarrow x^2 = -1 \end{cases}$ (۰/۵) (۰/۲۵)	
۶	 (۰/۵) $\begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ (۰/۵)	
۷	الف) $\text{fog} = \{(0, 1), (5, \sqrt{3})\}$ (۰/۵) ب) $D_f = [3, +\infty)$ $D_g = \{0, 3, 5, 8\}$ $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$ $D_{\frac{f}{g}} = \{3, 5, 8\} - \{8\} = \{3, 5\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۸	$D_f = [-1, 1]$ $D_g = \mathbb{R} - \{1\}$ $D_{\text{gof}} = \{x \in [-1, 1] \mid \underbrace{\sqrt{1-x^2}}_{x \neq 0} \neq 1\} = [-1, 1] - \{0\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
۹	$\log(x-2) = \log \frac{1}{x-4} \Rightarrow x-2 = \frac{1}{x-4} \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 1 \rightarrow$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $x(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ. ق. ق} \\ x = 6 \end{cases}$ (۰/۵) $\log_{27} \sqrt{3} = \log_{27} 3^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵)	
۱۰	الف)  (۰/۷۵) ب)  (۰/۵)	

ردیف	ادامه راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱۱	$\frac{\sin(180^\circ - 20^\circ) - 2 \cos(180^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ)} = \frac{\sin 20^\circ + 2 \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج}} \frac{\tan 20^\circ + 2}{-\tan 20^\circ + 1}$ $\frac{\tan 20^\circ + 2}{-\tan 20^\circ + 1} = \frac{2/4}{0/6} = 4 \quad (0/25)$	(0/25)
۱۲	$\sqrt{2} \left(\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) = \sin x + \cos x$	(0/25)
۱۳		(0/5)
۱۴	خیر. با توجه به دامنه، تابع در همسایگی چپ ۰ تعریف نشده پس در $x = 0$ حد ندارد. (0/5)	$D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \quad (0/25)$
۱۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1-3x}-2}{x^2+3x+2} \times \frac{\sqrt{1-3x}+2}{\sqrt{1-3x}+2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\overbrace{1-3x-4}^{-2(x+1)}}{(x+2)(x+1)(\sqrt{1-3x}+2)} = \frac{-3}{4}$ ب) $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x-2 }{x-2} = \text{وجود ندارد} \quad (0/25)$ پ) $\sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2 \quad \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - 3t + 1}{t^2 - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(2t-1)}{(t-1)(t+1)} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$	(0/25)
۱۶	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{\sqrt{2} \sin x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{-\sqrt{2} \sin x} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$ $f(0) = a \Rightarrow a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] + b = b \Rightarrow b = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$	(0/25)
جمع بارم: ۲۰		نام و نام خانوادگی مصحح: امضاء: